CARRERA DE MATEMATICAS

SEMESTRE II/2018
ANALISIS II

PRACTICA # 3
DIFERENCIACIÓN (QP , Noviembre,2018)
para la prueba programada para el 15 de noviembre de 2018

0.1 DIFERENCIACION A UNA VARIABLE (REPASO)

1. Empleando la definición de función diferenciable, calcular la derivada de $f(x) = \dfrac{2}{x+1}$, en cualquier punto x_0 de su dominio.

2. Mostrar que si una función es diferenciable en un punto x_0 de su dominio, entonces dicha función es contínua en x_0. Comente su respuesta cuando el punto x_0 es un punto frontera. Por ejemplo, considere la función $f(x) = x^3$, definida en el intervalo $[-2, 4]$. Tome $x_0 = -2$.

3. Si $y = f(x)$ es diferenciable en un punto x_0 interior de su dominio. Será verdad que
$$\lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h} = f'(x_0)$$
Y la afirmación recíproca será verdadera?.

4. Demostrar que si $f(x)$ y $g(x)$ son diferenciables en un punto x_0, entonces
$$cf(x) \quad , \ f(x)+g(x) \quad , \quad f(x)g(x) \quad , \quad \frac{f(x)}{g(x)}$$
son diferenciables. Nota.- c es una constante , y en el caso del cociente se tiene que $g'(x_0) \neq 0$.

5. Se dice que una **función es creciente** en un punto x_0 si existe una vecindad de dicho punto , tal que para cualquier punto x de la vecindad, se tiene
$$\begin{array}{rcl} x & > & x_0 \text{ ; entonces } \ f(x) \geq f(x_0) \\ x & < & x_0 \text{ ; entonces } \ f(x) \leq f(x_0) \end{array}$$
y se dice **estrictamente creciente** si
$$\begin{array}{rcl} x & > & x_0 \text{ ; entonces } \ f(x) > f(x_0) \\ x & < & x_0 \text{ ; entonces } \ f(x) < f(x_0) \end{array}$$
De manera semejante se define **función decreciente** y **estrictamente decreciente .**

   Mostrar que si $f'(x_0) > 0$ en un punto interior x_0 de su dominio, entonces la función es estrictamente creciente en x_0.

6. Ilustrar el Teorema del Valor Medio para la función $f(x) = \dfrac{2}{x+1}$, con $[a,b] = [-2,4]$

7. Demostrar que si $f(x)$ tiene derivada positiva en un intervalo $[a,b]$, entonces es **estrictamente creciente** en $[a,b]$. (es decir, si x, y están en $[a,b]$, entonces : $y > x \rightarrow f(y) > f(x)$)

8. La composición de dos funciones contínuas es contínua. Aplicando el teorema anterior, y anteriores sobre continuidada, explicar porqué se puede afirmar que la función $f(x) = (x^2+1)^{30}$ escontínua en cualquier punto de $\mathbb{R}$.

9. Sea la función $f(x) = \dfrac{(x^2+1)^{30}}{(x^2+x+10)^2}$, definida en el intervalo $[-2,4]$, determinar su mínima cota superior entera y su mayor cota inferior (si existen).

10. Para la función $f(x) = \dfrac{x^2-4}{x^2+1}$, definida en el intervalo $[-2,4]$, determinar su , valor máximo y su valor mínimo , si es que existen.

11. Para la función del ejercicio anterior, determinar el rango de la función. En base a su respuesta, indique para cúal de los valores siguientes se tiene preimagen: -6, -4 , -2 , 0 , 2 , 4 , 6 , 10. Justifique su respuesta.

0.2 DIFERENCIACION A VARIAS VARIABLES

Emplee el Teorema 1.1 de la página 277

1. Realizar el ejercicio 2 de la página 279 del texto base.

2. Realizar el ejercicio 4 de la página 279 del texto base.

3. Realizar el ejercicio 5 de la página 279 del texto base.

4. Realizar el ejercicio 7 de la página 279 del texto base.

5. Realizar el ejercicio 11 de la página 280 del texto base.

6. Realizar el ejercicio 13 de la página 280 del texto base.

7. Estudiar el Teorema 2.1 de la página 283

8. Si f , $g : R^2 \rightarrow R$ son diferenciables, entonces

$$cf \quad , \quad f+g \quad , \quad fg \quad , \quad \frac{1}{f} \ \text{(en los puntos donde} \quad f \neq 0$$

9. Estudiar el Teorema 2.2 de la página 285, y su aplicación.

10. Realizar el ejercicio 1 de la página 288 del texto base.

11. Realizar losl ejercicios 2 y 3 de la página 289 del texto base.
12. Realizar el ejercicio 9 de la página 289 del texto base.
13. Realizar el ejercicio 10 de la página 290 del texto base.
14. Realizar el ejercicio 13 de la página 290 del texto base.