

CARRERA DE MATEMATICAS

**SEMESTRE II/2018**  
**ANALISIS II, PRACTICA # 1**  
**CAPITULO I , 1.1: Repaso de funciones de  $R$  en  $R$ ;**  
**LIMITES Y CONTINUIDAD**  
( QP , 15 Agosto,2018)

El conjunto donde se desarrollan las preguntas es el conjunto de números reales:  $\mathbb{R}$

1. Definir:
  - (a) Intervalo abierto, intervalo cerrado. Ilustrar con un ejemplo
  - (b) Punto Interior de un conjunto, Punto Frontera de un conjunto. Punto Exterior de un conjunto. Punto de acumulación de un conjunto. Ilustrar con un ejemplo
  - (c) Conjunto Abierto, Conjunto Cerrado, Conjunto Acotado. Ilustrar con un ejemplo
  - (d) Interior de un conjunto. Frontera de un conjunto. Exterior de un conjunto. Ilustrar con un ejemplo.

2. Definir " límite de una función "

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

Ilustrar, mostrando que si  $f(x) = x^2$  y  $x_0 = 3$  ; entonces

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 9$$

3. Cuándo se dice que un número real no es el límite de una función dada, donde  $x$  tiende a  $x_0$ .

Ilustrar, mostrando que si  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  ,  $x \neq 0$  ; y  $f(x) = 0$  ;  $x = 0$  ; entonces se tiene que 0 no es el límite de la función dada.

4. Para la función anterior, determinar en qué punto de su dominio la función tiene límite y en cuáles no lo tiene. Demostrarlo.
5. Demostrar que si existe el límite de una función, digamos  $\lim_{x_0 \rightarrow 0} f(x) = L$  ; entonces dicho límite es único.

6. Sea la función

$$f(x) = \frac{1}{x} , \quad x \neq 0$$
$$= 0 , \quad x = 0$$

- (a) Determinar, si existe el límite de la función en el punto  $x = 0$ . Justificar su respuesta.
- (b) Determinar el límite de la función en  $x = 2$ . Mostrarlo.
7. Qué significado tienen las expresiones " límite por la derecha" , "límite por la izquierda" ?

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$$

- (a) En base a lo indicado, determinar, si existe,

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$$

donde  $f(x) = \sqrt{x}$  ,  $a = 0$

- (b) En base a lo indicado, determinar, si existe,

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$$

donde  $f(x) = f(x) = \frac{|x|}{x}$  ,  $x \neq 0$  ; y  $f(x) = 0$  ;  $x = 0$ , donde  $a = 0$

8. Qué significado tienen las expresiones

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

En cada caso ilustre con un ejemplo la expresión respectiva aclarando el significado indicado

9. Mostrar que

(a) Si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  , entonces  $\lim_{x \rightarrow a} 2f(x) = 2L$

(b) Si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  , entonces  $\lim_{x \rightarrow a} [-f(x)] = -L$

(c) Si  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  , entonces  $\lim_{x \rightarrow a} [cf(x)] = cL$

10. Mostrar los siguientes teoremas:

Si

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$$

entonces:

- (a)  $\lim_{x \rightarrow a} (f + g)(x)$  existe y es igual a  $L + M$ .
- (b)  $\lim_{x \rightarrow a} (fg)(x)$  existe y es igual a  $LM$ .
- (c) Si  $M \neq 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{f}{g}\right)(x)$  existe y es igual a  $\frac{L}{M}$

Nota : Se recomienda estudiar cada día un ejercicio. Sobre esta tarea se realizarán las consultas en clase y se revisará el CUADERNO EN LIMPIO el jueves 23 de Agosto, en clases.