DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

FORMAS Y TENSORES
PRACTICA # 2
ESPACIO VECTORIAL EUCLIDIANO
(9 Mayo,2016)

G. Cupé

1. En un espacio *propiamente euclidiano* (página 28) demostrar la desigualdad conocida como de Schwarz. A partir de ella, la relación conocida como *Desigualdad Triangular.*

2. Empleando la fórmula para el coseno del ángulo entre dos vectores, página 30 , relación $[1, 35]$; determinar el ángulo entre los vectores $x = (x^1, x^2) = (1, 2)$ y $y = (y^1, y^2) = (-2, 4)$ cuyas componentes contravariantes corresponden a las base $\overline{B} = \{\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2\}$, donde $\overrightarrow{e}_1 = e_1 + 2e_2$; $\overrightarrow{e}_2 = e_1 - e_2$;siendo e_1, e_2 la base canónica usual. Verifique su resultado calculando el coseno el ángulo empleando la base canónica usual. (en todos los casos trabaje con el producto interior canónico o usual)

3. Para la base $\overline{B}$ del ejercicio anterior, determinar las ecuaciones de transformación para determinar las componentes covariantes de un vector a partir de sus componente contravariantes y viceversa. Verificar sus fórmulas utilizando el vector $x = 8\overrightarrow{e}_1 - 12\overrightarrow{e}_2$.

4. Con referencia al ejercicio 3, dado el vector $x = 8\overrightarrow{e}_1 - 12\overrightarrow{e}_2$, determinar las componentes de f_x definida por el isomorfiso definido entre R^2 y $(R^2)^*$,en la base dual correspondiente a la base $\overline{B} = \{\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2\}$. Qué resultado significativo sugiere el resultado encontrado ? . Intente demostrar el indicado resultado significativo.

5. Describa **gráficamente** en qué consiste el método de *Ortonormalización de Schmidt* en R^n‘para los casos $n = 2$ y $n = 3$

6. Mostrar que la norma de un vector x (según definición del texto, $N(x) = \langle x \mid x \rangle$), se puede escribir como

$$N(x) = g_{ij}x^i x^j = g^{ij}x_i x_j$$

   y el producto escalar entre los vectores x , y, como

$$\langle x \mid y \rangle = g_{ij}x^i y^j = g^{ij}x_i y_j$$

7. En un *sistema de referencias en el espacio afín correspondiente al plano cartesiano,* determinar las coordenadas del punto $(8, -4)$ en el sistema

de referencia ($(0,-4)$, $\overrightarrow{e}_1, \overrightarrow{e}_2$). Determinar las ecuaciones de transformación de coordenadas del sistema de referencia anterior al sistema de referencia ($(4,2)$, e_1^*, e_2^*) , donde

$$e_1^* = e_1 + 2e_2 \quad , \; e_2^* = \; 4e_1 - e_2$$

Determinar también las ecuaciones inversas.

Verifique sus resultados utilizando el vector $x = (10,6) = 10e_1 + 6e_2$